

# 巨視的—微視的模型を用いた核分裂の研究

市川 隆敏  
森田超重元素研究室  
理研仁科センター

岩本 昭, 日本原子力研究開発機構  
Peter Möller, *Los Alamos National Laboratory*

# 目次

## ■ 序論

- $^{258}\text{Fm}$ の自発核分裂
- $^{258}\text{Fm}$ の分裂片質量分布と全運動エネルギー分布
- 理論的アプローチ

## ■ 鞍点の計算

## ■ 模型

- Finite-range liquid-drop model (FRLDM) + Strutinsky法
- 洪水法

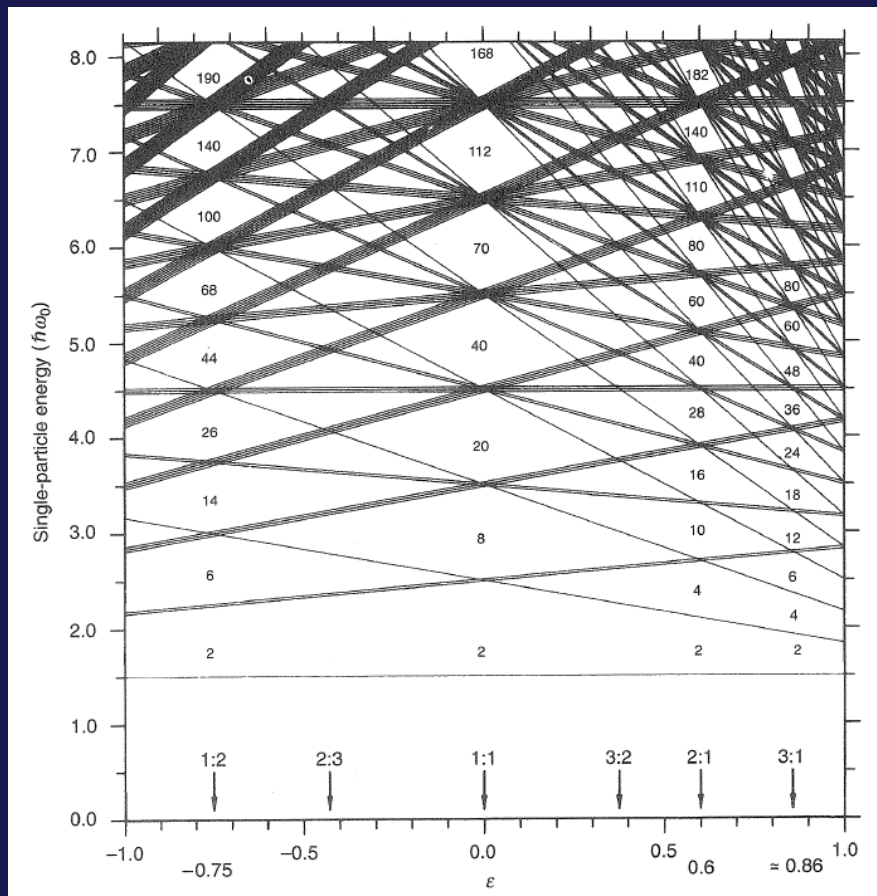
## ■ 最近の結果

- 核分裂障壁の系統的計算
- 鞍点を越えた後のポテンシャル峡谷の構造、微視的慣性質量

## ■ 要約

# 序論

S.G. Nilsson *et al.*, Shapes and Shells in Nuclear Structure



- 原子核の殻効果が重要な役割を果たしている

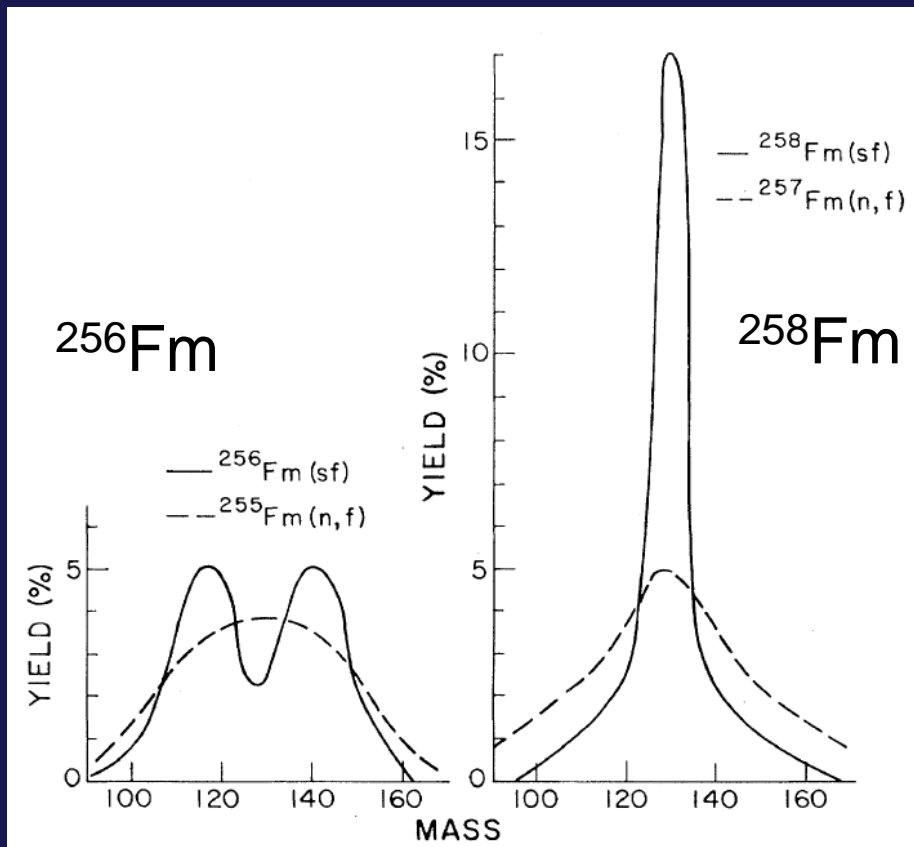
- 原子核の形状により変化する殻構造

形状の多様性が現象を複雑にしている  
(多次元性)

→ 多次元変形パラメータ空間でのポテンシャルエネルギー面

# 殻効果が顕著に表れる例

H.C. Britt *et al.*, Phys. Rev. C **30**, 559 (1984)



## • 自発核分裂

→ 非常に低い温度  
( $E^* \sim 0$  MeV)

$^{256}\text{Fm}$ : 二重のピーク, 広い  
 $^{258}\text{Fm}$ : 単一のピーク, 狭い

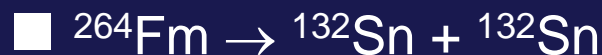
## • 中性子誘導核分裂

→ 低い温度  
( $E^* \sim 6$  MeV)

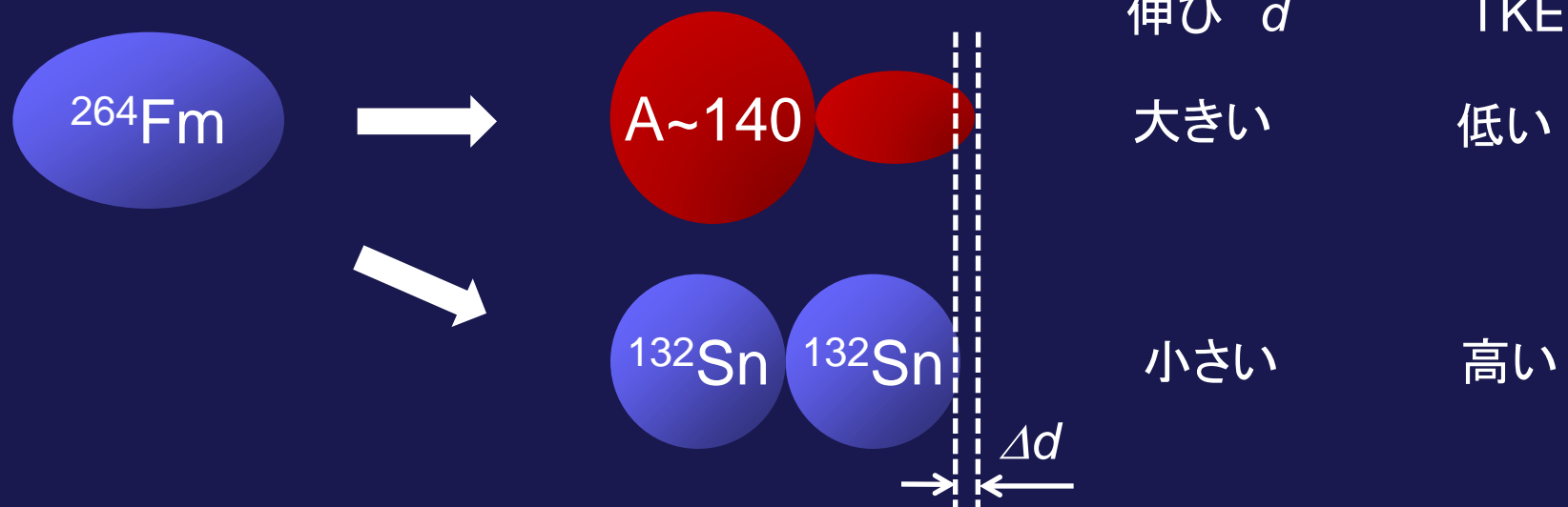
$^{258}\text{Fm}$ の狭い単一のピークは消失  
殻効果が小さくなる

殻効果が核分裂片質量分布に重要な役割を果たしている

# 定性的説明



通常のアクチノイド領域と同様の  
質量非対称分裂へ向かう分裂経路



非常にコンパクトな質量対称の分裂経路が現れる

- 全運動エネルギー(TKE) 分布  
→ 分裂点での2核のクーロン相互作用

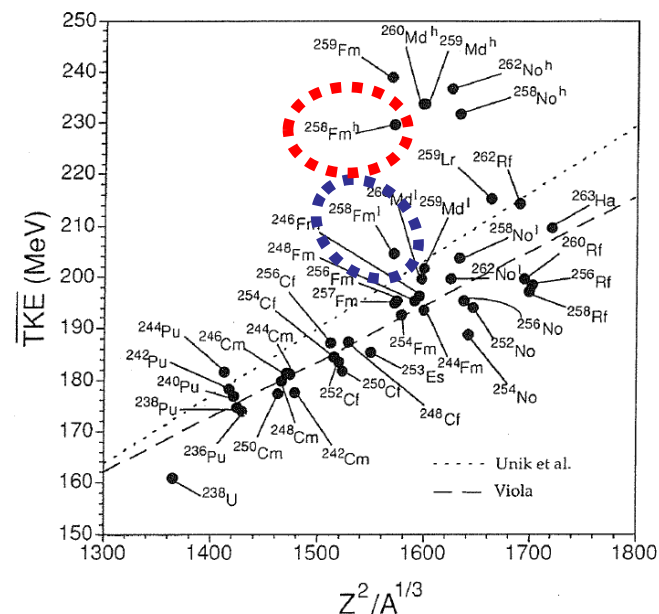
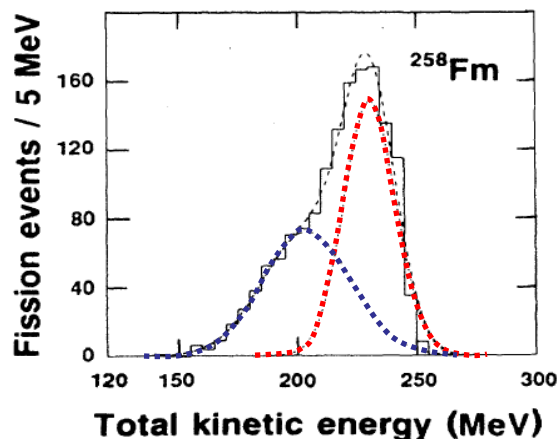
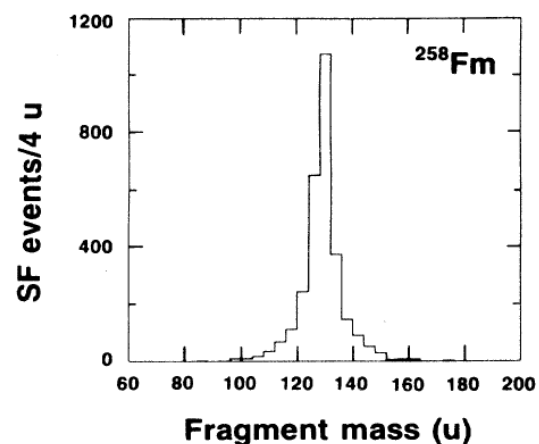
$$E_{\text{TKE}} \propto \frac{1}{d}$$

# 2つの分裂経路

## ■ 実験結果

E. K. Hulet *et al.*, Phys. Rev. C40, 770 (1989)

D.C. Hoffman *et al.*,  
Radiochim. Acta 70/71, 135 (1995).



• 2つのガウス関数で解析

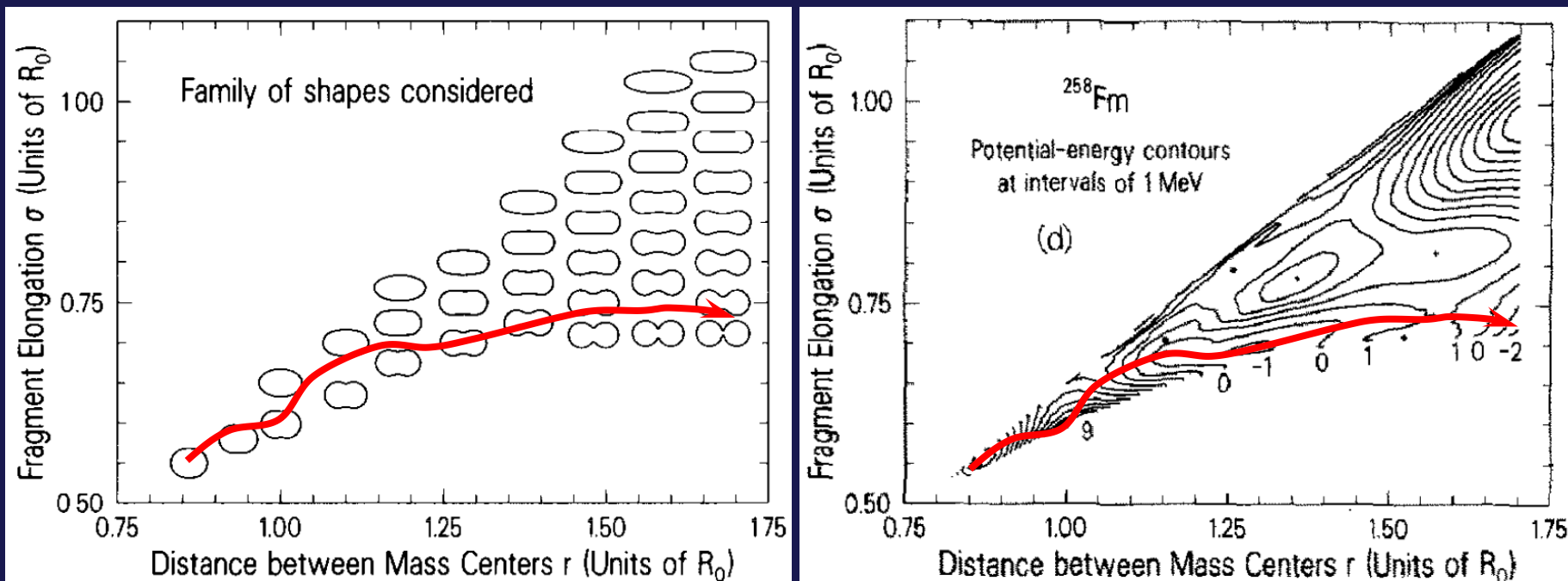
(低いTKE成分) : (高いTKE成分) = 1 : 1

低いTKE成分 → 通常のアクチノイド領域の質量非対称分裂片の系統性と一致

# 従来までの理論的研究

- ポテンシャルエネルギー面中に、コンパクトな質量対称分裂経路が現れる

P. Möller *et al.*, Nucl. Phys. A **469**, 1 (1987); Nucl. Phys. A **492**, 349 (1989)

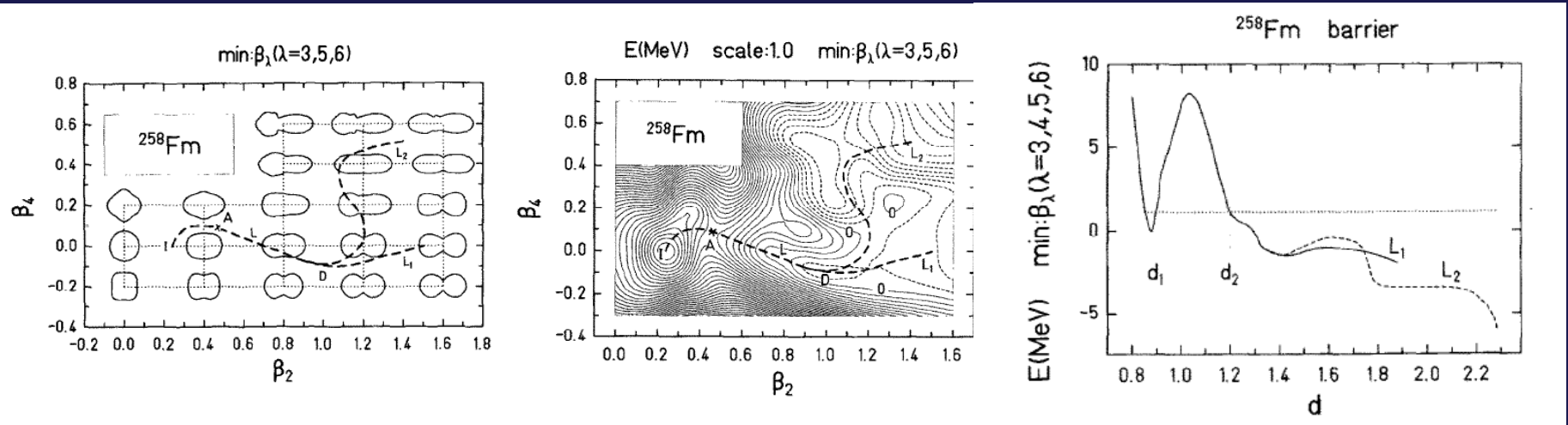


形状のパラメータ空間を2次元に制限した計算

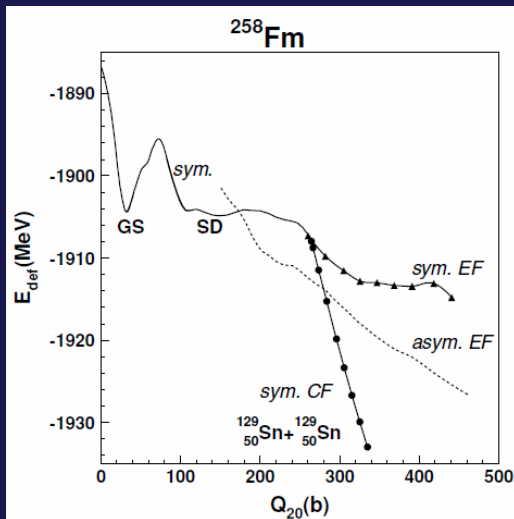
# 拘束条件付き計算

S. Ćwiok *et al.*, Nucl. Phys. **A491**, 281 (1989)

拘束条件  $\beta_2, \beta_4$  で  $\beta_3, \beta_5, \beta_6$  を最小化



L. Bonneau, Phys. Rev. C **74**, 014301 (2006)

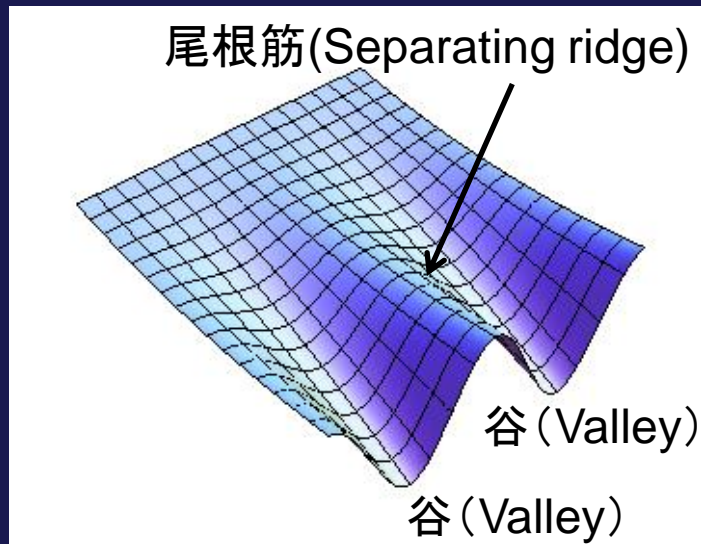


HF+BCS  
(Skyrme SkM\*)  
 $Q_{20}, (Q_{30} \text{ or } Q_N)$

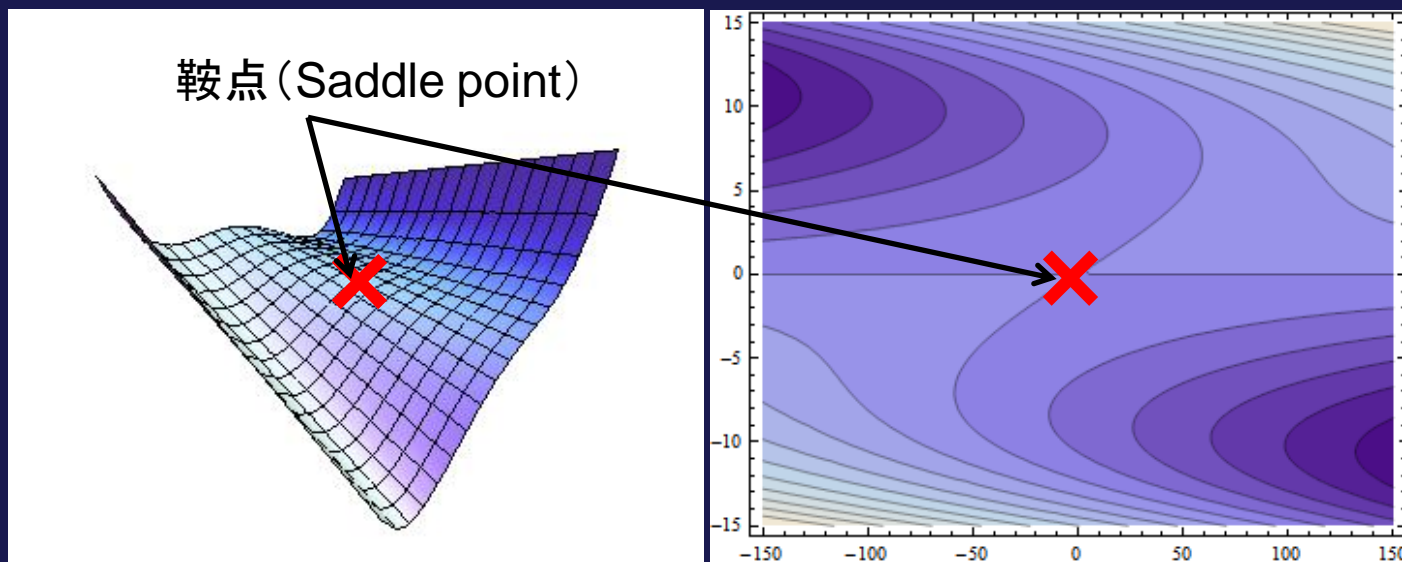
数学的に正しい鞍点  
が得られているのか  
保証がない



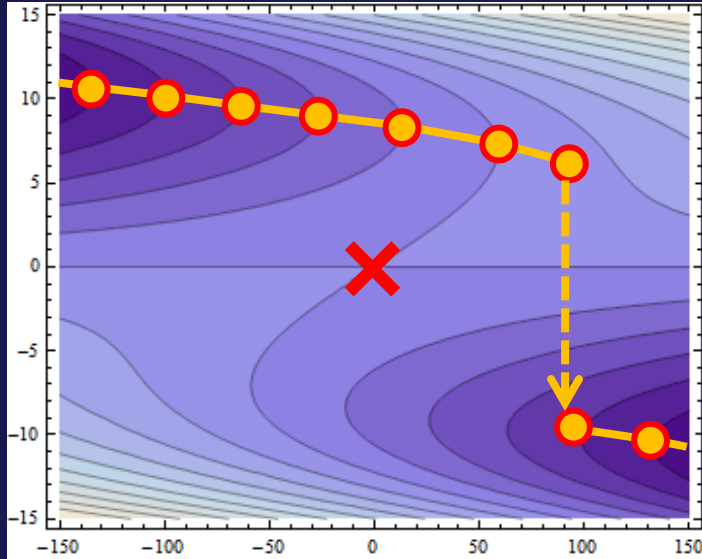
# 谷、尾根筋, 鞍点について



- 谷
- 尾根筋  
谷と谷を分け隔てる
- 鞍点  
二つの極小間の遷移点



# エネルギー最小化法での問題



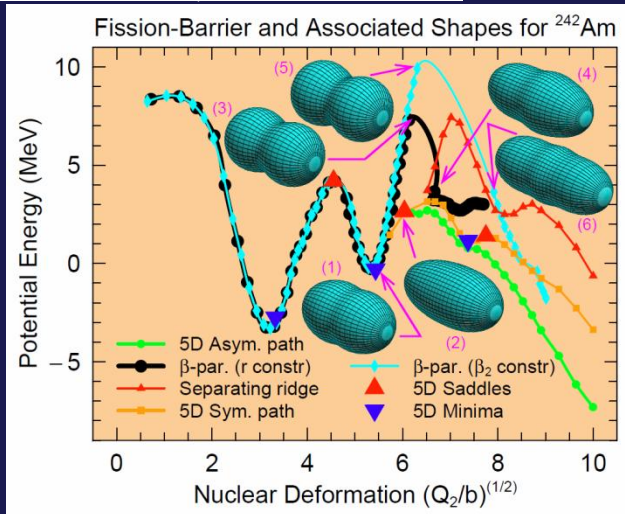
W.D. Myers and W.J. Swiatecki, Nucl. Phys. A601, 141 (1996)

## Thomas-Fermi模型での議論

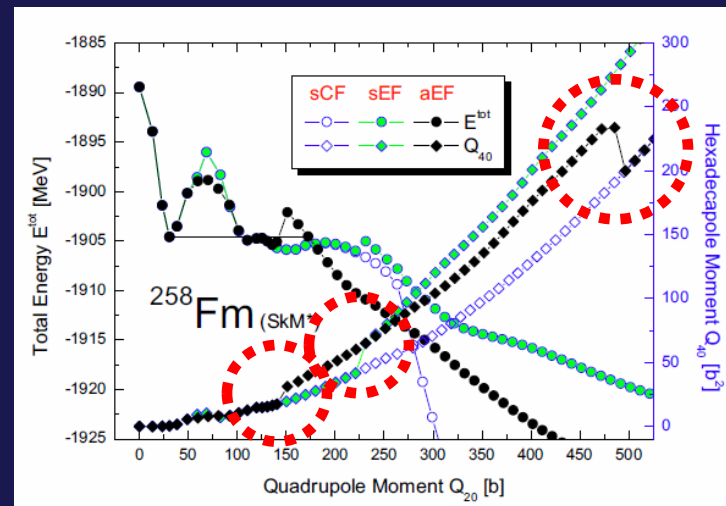
一つの変数に対して拘束条件を課し、他の自由度に対してはエネルギーを最小化

エネルギー最小経路は必ず鞍点を通る保証はない

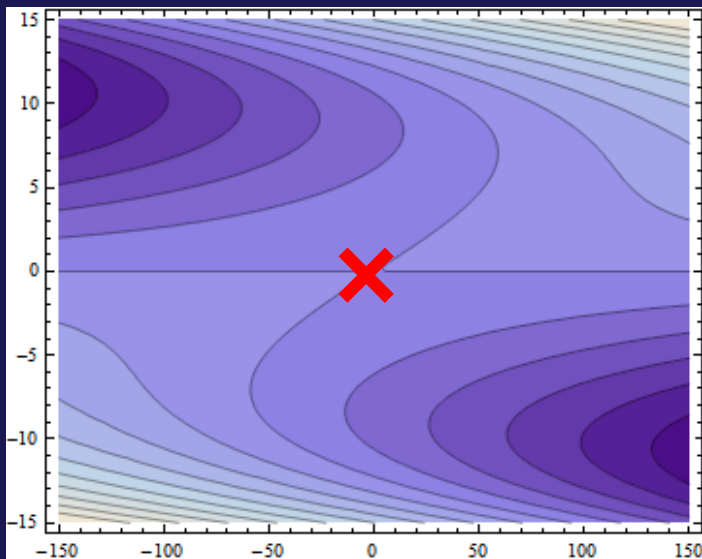
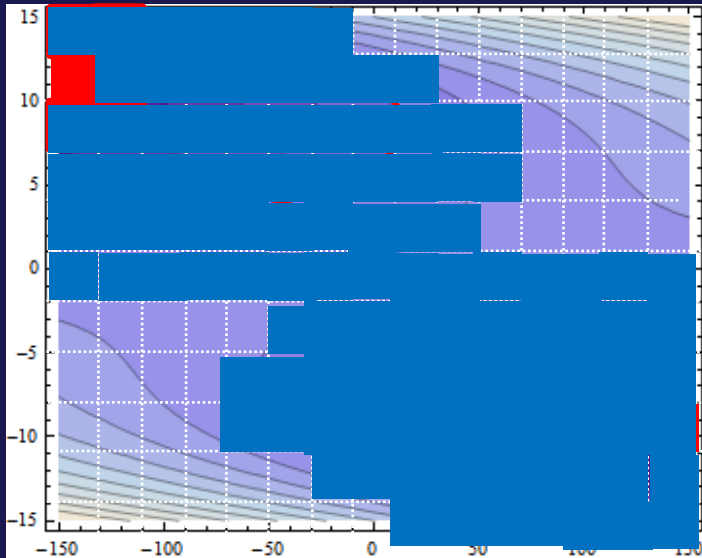
P. Möller *et al.*, submitted to PRC



A. Staszczak *et al.*, Acta Phys. Pol. B 38, 1589 (2007)



# 洪水法による多次元ポテンシャルエネルギー面の解析



## 洪水法

1. ポテンシャルエネルギー格子点を作る
2. 水を注入する入口と出口を決める
3. 注入する水の高さを決める

入口から水の注入を開始する

4. グリッド点の近傍のポテンシャルが、水の高さより高いか低いかをチェック  
その格子点が  
‘濡れている’か‘乾いている’を確認
5. もし出口がまだ乾いているならば、  
水の高さを増加して、手順4に戻る
6. 臨界点が決まる

# 巨視的—微視的模型

## ■ Finite-Range Liquid-Drop Model (FRLDM) 2002

+ Strutinsky Method  $E_{\text{Total}} = E_{\text{Vol}} + E_{\text{YPE}}(\delta) + E_{\text{Coul}}(\delta) + E_{\text{Shell}}(\delta)$

### ● Macroscopic Part

- Volume energy term

- Coulomb energy term:  $E_C = \frac{\rho_0^2}{2} \iint_V d^3r_1 d^3r_2 \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} - \frac{\rho_0^2}{2} \iint_V d^3r_1 d^3r_2 \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} e^{-|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|/a} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}{a} \right)$

- Nuclear energy term:  
(Yukawa-plus-exponential model)

$$E_S = -\frac{c_s}{8\pi^2 r_0^2 a^3} \iint_V d^3r_1 d^3r_2 \left( \frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}{a} - 2 \right) \frac{e^{-|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|/a}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

- Shape-dependent Wigner term

### ● Microscopic Part

- Mean-field potential: folding Yukawa function

$$V(\vec{r}) = -\frac{V_0}{4\pi a_{\text{pot}}^3} \int_V d^3r' \frac{e^{-|\vec{r} - \vec{r}'|/a_{\text{pot}}}}{|\vec{r} - \vec{r}'|/a_{\text{pot}}}$$

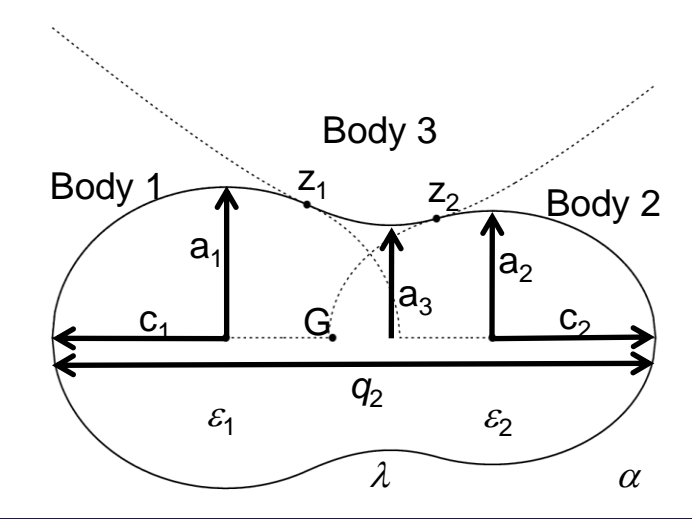
- Spin-orbit potential:

$$V_{\text{s.o.}} = -\lambda \left( \frac{\hbar}{2m_{\text{nuc}} c} \right)^2 \frac{\vec{\sigma} \cdot \nabla V \times \vec{p}}{\hbar}$$

- Strutinsky method: Shell correction energy

Pairing correction energy (BCS or Lipkin-Nogami model)

# 3-Quadratic-Surfaceパラメトリゼーション



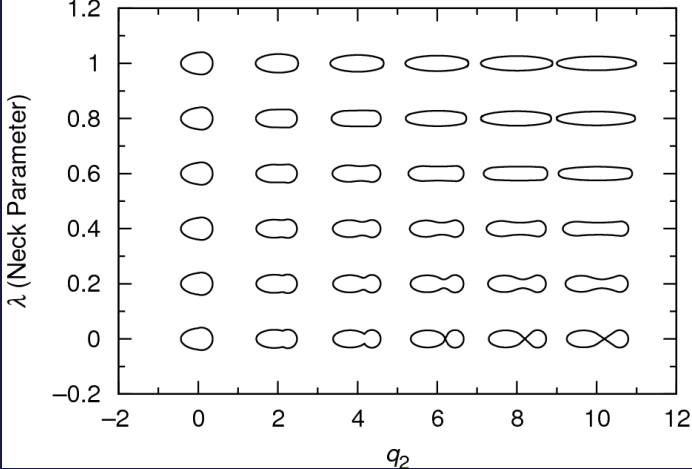
## 定義

$$\rho^2 = \begin{cases} \text{Body 1: } a_1^2 - (a_1^2/c_1^2)(z-l_1)^2 & l_1 - c_1 \leq z \leq z_1 \\ \text{Body 2: } a_2^2 - (a_2^2/c_2^2)(z-l_2)^2 & z_2 \leq z \leq l_2 + c_2 \\ \text{Body 3: } a_3^2 - (a_3^2/c_3^2)(z-l_3)^2 & z_1 \leq z \leq z_2 \end{cases}$$

体積保存  
重心保存

## 5つの形状パラメータ

$\epsilon_1 = 0.3, \epsilon_2 = -0.4, \alpha = 0.3$



$q_2$ : Dimensionless quadrupole moment

$\lambda$ : Neck parameter

$\epsilon_1, \epsilon_2$ : Deformation parameter  
(Nilsson  $\epsilon$  parameter)

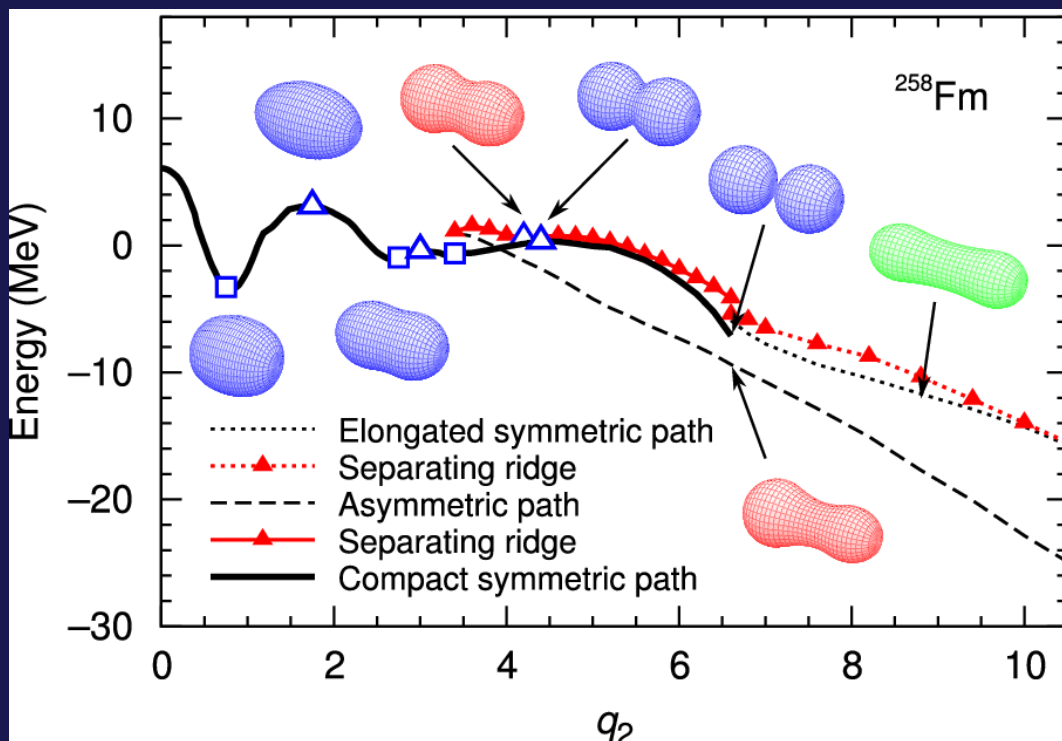
$\alpha$ : Mass asymmetry parameter  $\alpha = \frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2}$

## ポテンシャルエネルギー格子点

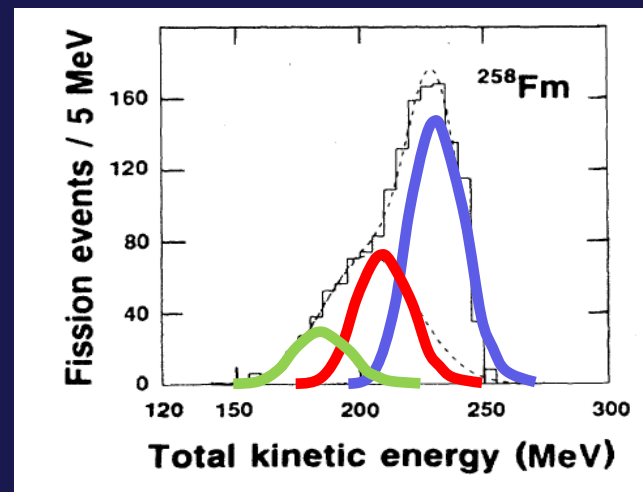
$45 \times 15 \times 15 \times 15 \times 35 = 5,315,625$  点  
~ 五百万点

# 解析結果

## ■ $^{258}\text{Fm}$ の5次元ポテンシャルエネルギー面の解析結果



E. K. Hulet *et al.*, Phys. Rev. C **40**, 770 (1989)



- 仮定なしに少なくとも3つの核分裂経路が存在する事を示した
- 尾根筋を決定する事が出来る

# 最近の結果

## ■ 核分裂障壁の系統的計算

- 基底状態、内側の鞍点、第二基底状態、外側の鞍点に関する全テーブル

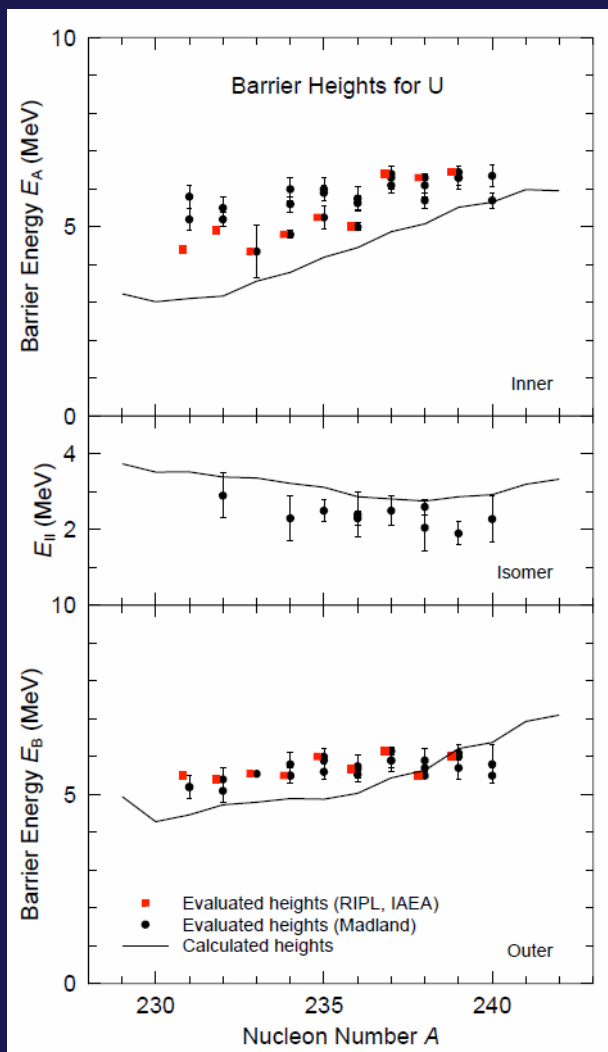
## ■ 鞍点を越えた後のポテンシャル構造

核分裂片質量分布を計算するための基礎研究

- ポテンシャル峡谷の構造（分裂点、ポテンシャル曲率など）
- 分裂片質量数の計算の精密化
- 微視的な慣性質量パラメータ

# 核分裂障壁の系統的計算

P. Möller *et al.*, submitted to PRC



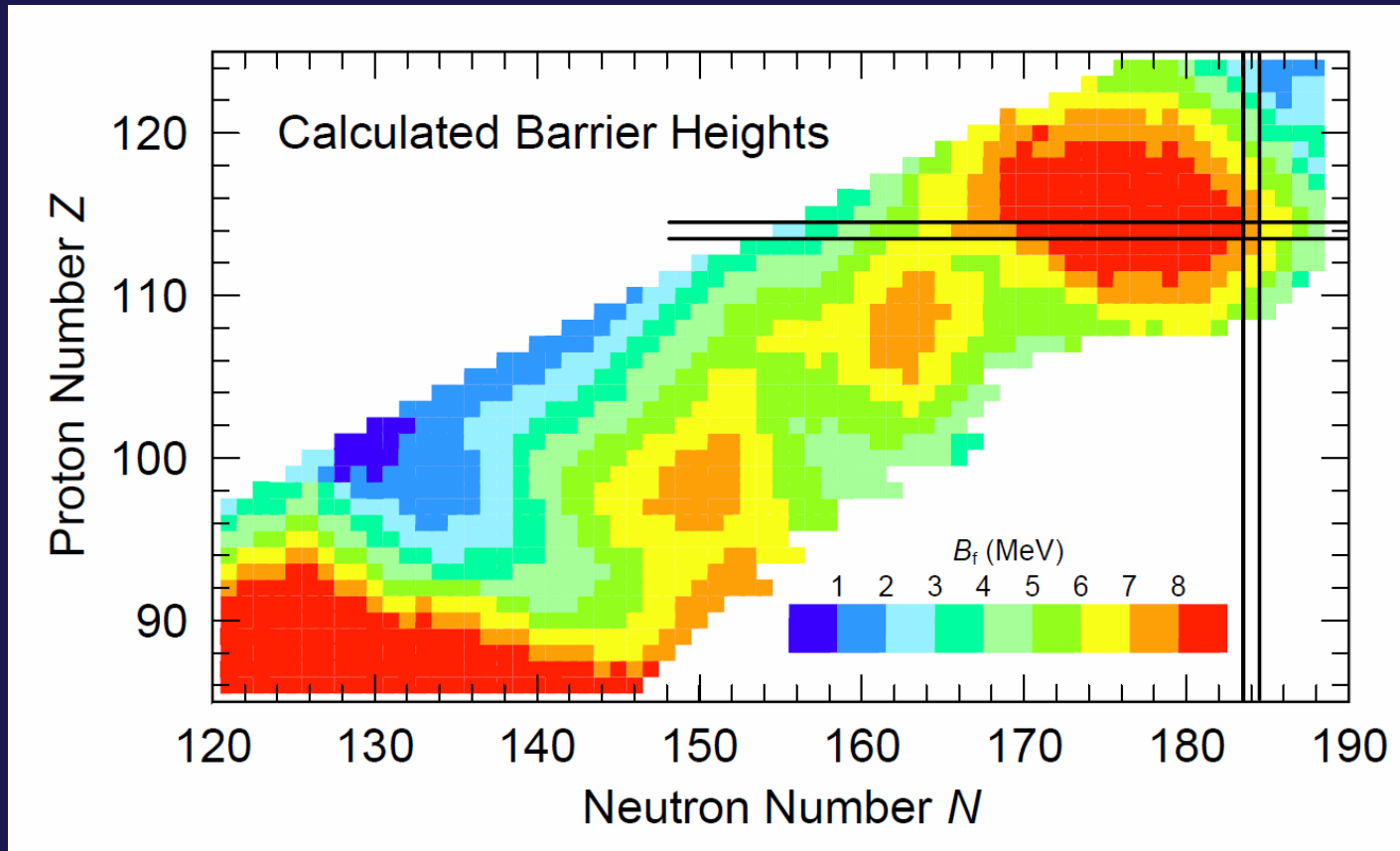
重い核( $Z=78$  から  $Z=125$ )の系統的な計算を、1585核種に対して行った

新規性

- 外側の核分裂障壁  
3QSを用いた5次元の計算  
格子点は約 5,000,000点
- 基底状態及び内側の障壁  
軸非対称を入れた  $\varepsilon_2, \varepsilon_4, \gamma$ 変形、格子点  
総数は 10,850 点、又は  $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_6$
- 核分裂障壁の決定  
多次元空間でも数学的に正しい洪水法



# 核分裂障壁の系統的計算



- これらのテーブルはダウンロード可能

<http://t16web.lanl.gov/Moller/publications/PRCFIS-2009-TABLE2.DAT>

詳しくは以下のページを参照 <http://t16web.lanl.gov/Moller>

# 最近の結果

## ■ 核分裂障壁の系統的計算

- 基底状態、内側の鞍点、第二基底状態、外側の鞍点に関する全テーブル

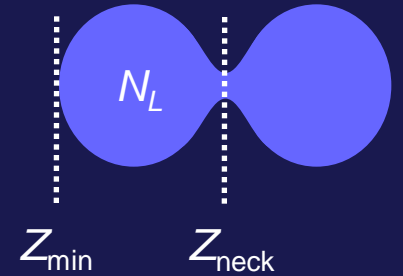
## ■ 鞍点を越えた後のポテンシャル構造

核分裂片質量分布を計算するための基礎研究

- 分裂片質量数の計算の精密化 → 模型の拡張
- ポテンシャル峡谷の構造（分裂点、ポテンシャル曲率など）
- 微視的な慣性質量パラメータ

# 巨視的—微視的模型の拡張

## ■ 分裂片の質量数を微視的な核子密度で計算



### 巨視的密度 [cf. V.V. Pashkevich]

- 従来からの巨視的—微視的模型では  
分裂片質量数の計算に初めに仮定した巨視的密度を用いていた

### 微視的密度 [cf. L. Bonneau (HF+BCS)]

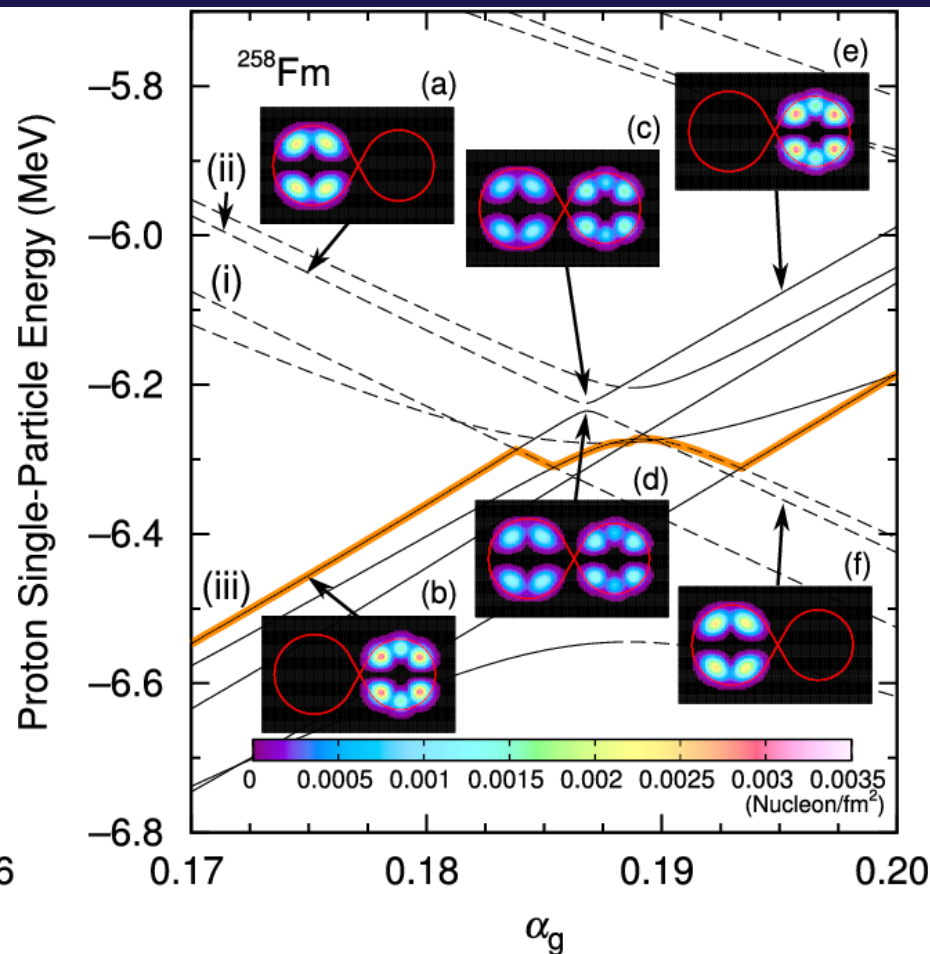
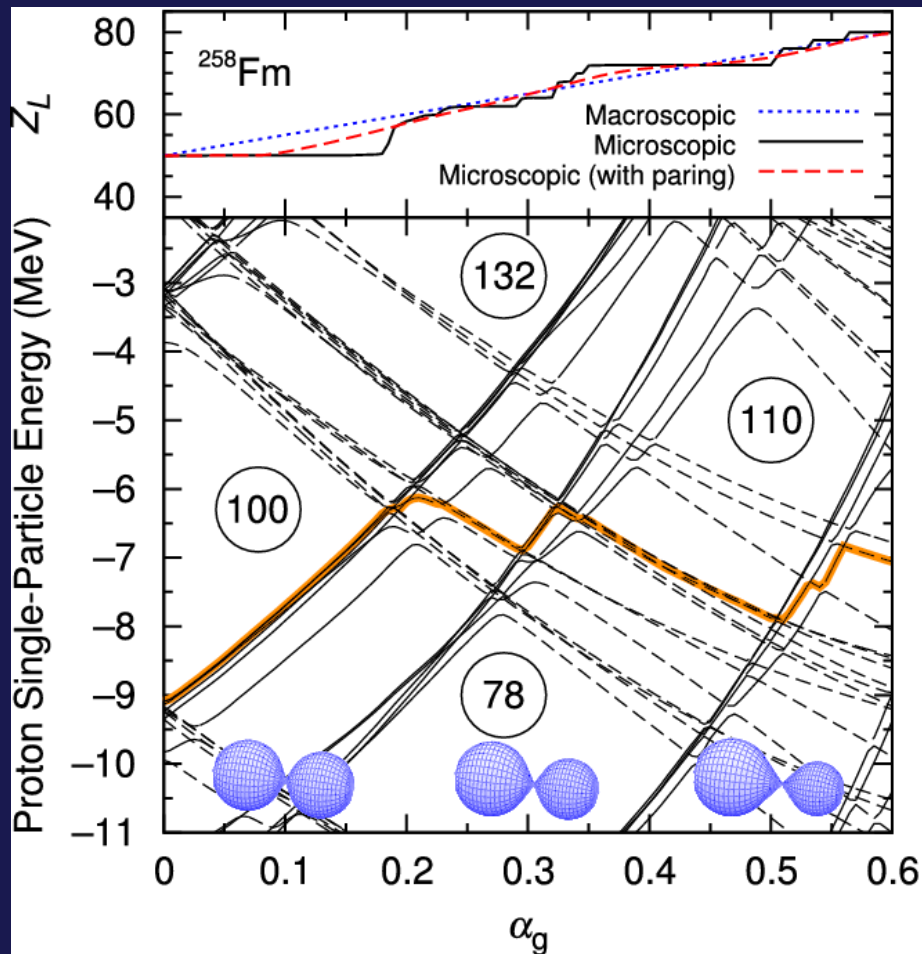
- 単一粒子の占有確率:
- 左側の分裂片の全質量数:
- ペアリングの効果を考慮:

$$n_i = 2\pi \int_0^\infty \int_{z_{\min}}^{z_{\text{neck}}} \rho |\psi(\rho, z)|^2 dz d\rho$$

$$N_L = \sum_i n_i$$

$$N_L^{(\text{BCS})} = \sum_i v_i^2 n_i$$

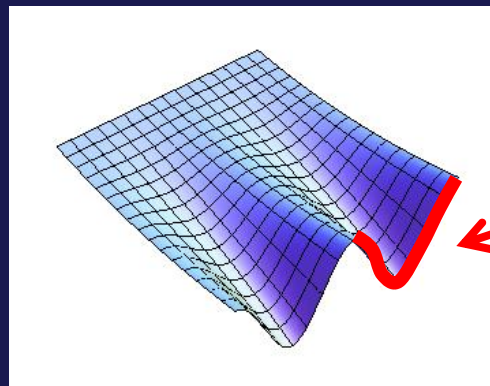
# 分裂点での質量非対称度方向へのNilssonダイアグラム



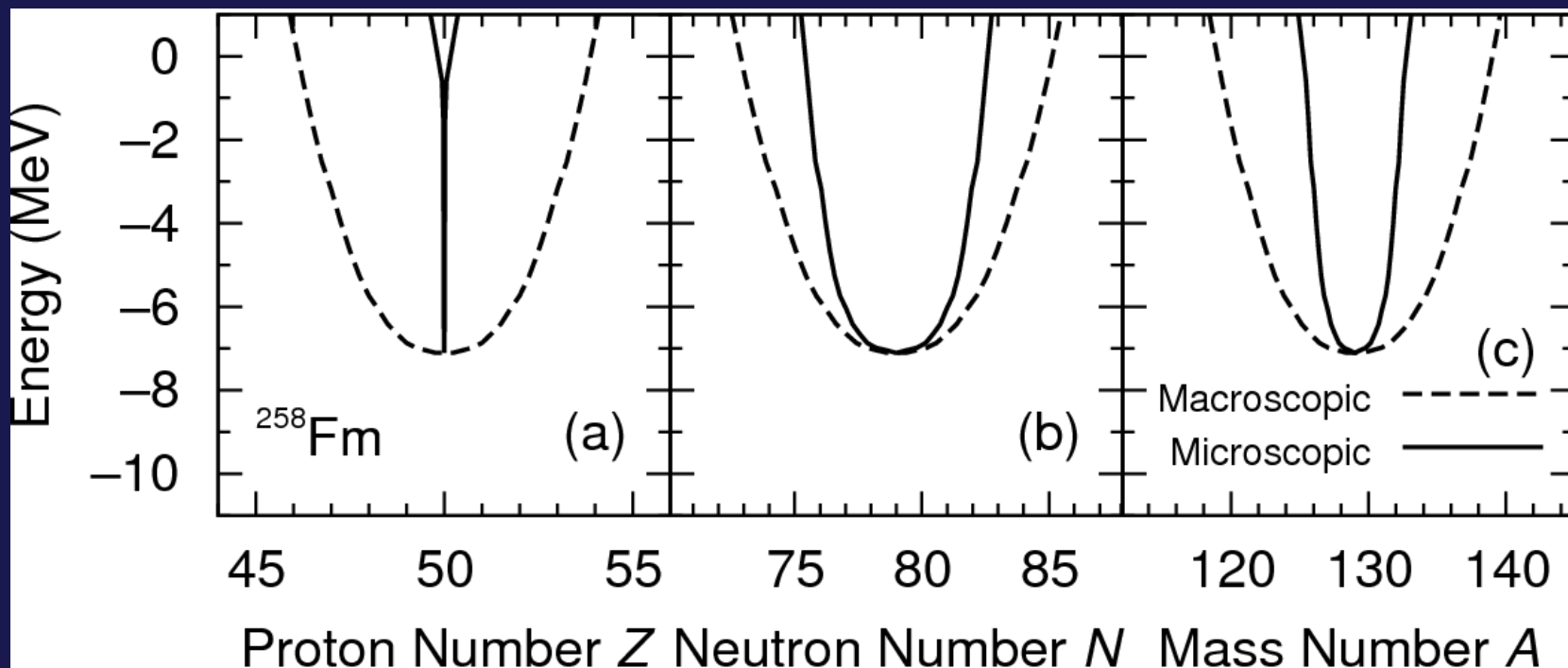
陽子数は大きなギャップ構造により $Z=50$ に制限される

# 分裂点での質量非対称方向のポテンシャルエネルギー

■  $Q_2$ の大きさとネックを0 fmに拘束したまま、質量非対称度の関数として変形度をエネルギー極小化する( $\varepsilon_1$  と  $\varepsilon_2$ )



切口に相当



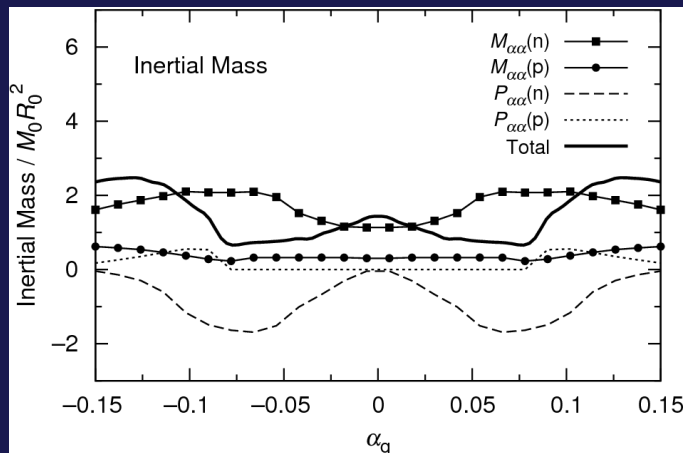
# 分裂点での零点振動

- 励起エネルギーが非常に低い時、質量分布は熱的揺らぎよりも零点振動による揺らぎが支配的

得られたポテンシャルエネルギー曲線と座標依存微視的慣性質量を用いて一次元Schrödinger方程式を計算

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\sqrt{B_{\alpha\alpha}}} \frac{\partial}{\partial\alpha} \frac{1}{\sqrt{B_{\alpha\alpha}}} \frac{\partial}{\partial\alpha} + V(\alpha) \right] \psi(\alpha) = E\psi(\alpha)$$

- 座標依存微視的慣性質量 Inglis-Belyaev公式

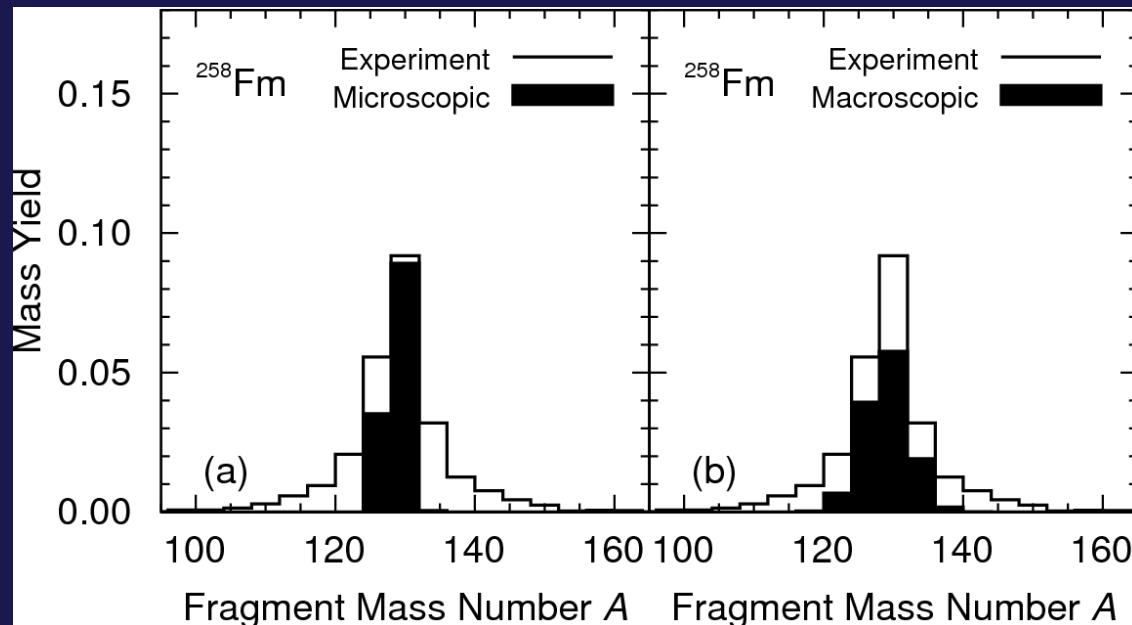
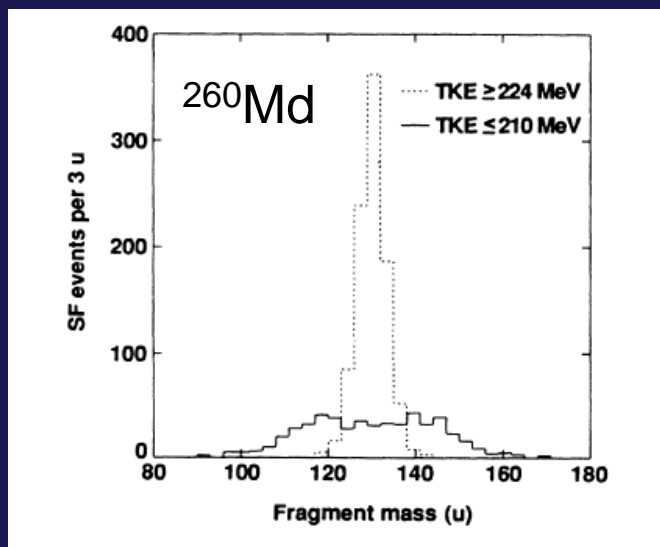


$$B_{\alpha\alpha}^{(tot)} = M_{\alpha\alpha} + P_{\alpha\alpha}$$

$$M_{\alpha\alpha} = 2\hbar^2 \left[ \sum_{\mu\nu} \frac{|\langle \mu | \partial \hat{H} / \partial \alpha | \nu \rangle|^2}{(E_\mu + E_\nu)^3} (u_\mu v_\nu + v_\mu u_\nu)^2 \right]$$

# 実験結果の比較

J. F. Wild *et al.*, Phys. Rev. C 41, 640 (1990)



コンパクトな分裂経路を通るモードの質量分布は良く再現

しかし全質量分布の計算に関しては未だ不十分

# 基礎研究の現状

## ■ 基礎研究は核データにどう貢献できるか？

- 核分裂反応断面積 → ポテンシャルエネルギー面中の鞍点 ◎
- 核分裂片質量分布 → ポテンシャル峡谷の構造 ○  
微視的慣性質量パラメータ △  
微視的摩擦パラメータ ×

これらの物理量を用いた動力的計算が必要  
Langvein方程式、量子Langevin方程式、  
GCM+GOA, TDHF, ATDHF

核分裂片質量分布を精度よく見積もるには  
まだまだ基礎研究が不十分



# 要約

## 巨視的—微視的模型を用いた核分裂反応の研究について 最近の成果を報告した

- 巨視的—微視的模型を用いて多次元ポテンシャルエネルギー一面を計算し、洪水法によりポテンシャルエネルギー一面を解析した。この方法で計算された鞍点は数学的にも正確
- 核分裂障壁の系統的な計算を行った
- 鞍点を越えた後のポテンシャル構造を解析した。巨視的—微視的模型を拡張して、分裂片質量数の計算に微視的な波動関数を用いた。そして微視的な慣性質量パラメータを計算した。これらの拡張は実験結果をよく説明する。
- 核分裂片質量分布を精度よく見積もるには至っていない